

Válaszok Varga Imre kérdéseire

1. kérdés: A szerző ellenőrizte-e, hogy a gapfüggvénynek lépcsőfüggvényként történő közelítése az egyszerűség mellett mennyire helytálló a dolgozatban vizsgált elrendezésekre?

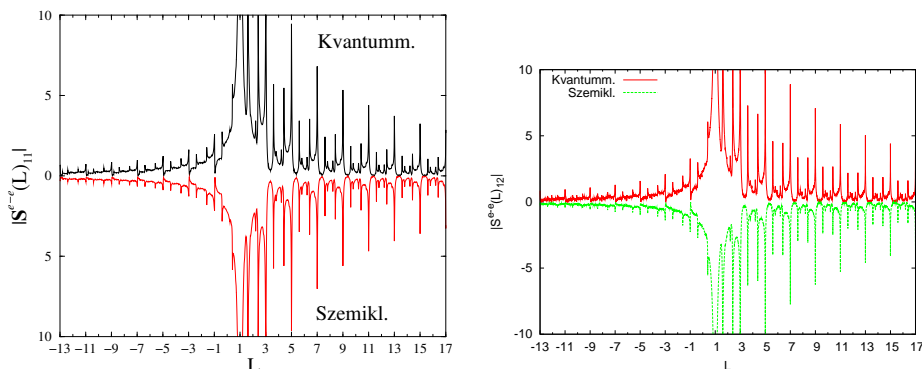
Ennek ellenőrzésére a Bogoljubov–de Gennes-egyenlet önkonzisztens megoldására lenne szükség, ami bonyolult és időigényes eljárás. Mi ilyet nem végeztünk el. Az irodalomban viszont találhatóak olyan eredmények [1], amelyekben a szerzők ezt a kérdést alaposan körüljárták. Az önkonzisztens számolásaik azt mutatták, hogy a gapfüggvény csak a normál–szupravezető határfelület korrelációs hossznyi közelében tér el jelentősen a lépcsőfüggvénytől. Ezt az eredményt a rendszer geometriai paramétereinek megválasztásakor vettük figyelembe: a rendszer jellemző méretét a korrelációs hossz sokszorosának választottuk. Így jogosnak tűnik a feltételezés, hogy a lépcsőfüggvénytől való eltérés csak kis mértékben módosítja az eredményeinket.

2. kérdés: A fejezet elején a bevezetőben a Jelölt ugyan megemlíti a pályahossz-eloszlás definícióját, mely nem más, mint a reflexiós ill. transzmissziós együtthatók Fermi-hullámszám szerinti teljesítmény-spektruma. Tehát minden indexpárra, azaz a szórásmatrix minden elemére más és más. A későbbiekben bemutatott ábránál nem derül ki, hogy melyikről is van tulajdonképpen szó. Mennyire térnek el egymástól?

Valóban a szórásmatrix minden eleméből lehetne pályahossz-eloszlást számolni, amik elvileg nagyon különbözőek is lehetnének. A tapasztalatunk szerint azonban csak két lényegesen eltérő ábra adódott: az elektron–elektron reflexiós amplitúdóból (lásd 3.4 ábrát), illetve az elektron–lyuk reflexiós amplitúdóból számolt (lásd 3.7 ábrát). A különböző indexpárokhoz tartozó pályahossz-eloszlások között lényeges eltérést nem tapasztaltam. Az ábrákon az 11 indexű mátrixelemekből számolt pályahossz-eloszlások láthatóak.

3. kérdés: Ugyancsak a fejezet bevezetőjében tesz említést a szerző az ún. szellempályákról. Ezek további mibenlétéről, illetve pontosabb definíciójáról a szerző a későbbiekben hallgat.

A szellempályáknak azokat a pályákat nevezték el, amelyekhez csak a kvantummechanikai számolásban tartozott csúcs. Kezdetben a szemiklasszikus modellek ezen pályákról és eredetükről nem adtak számot. A diffrakció szerepének vizsgálatával lehetővé vált ezek azonosítása is; olyan pályákról van szó, amely egyes pontokban – például egy élen, egy szennyezőn vagy a kontaktusnál – bekövetkező diffrakció hatására jönnek létre [2]. Ebben az értelemben a fejezetben csak szellempályákról van szó.



1. ábra. Pályahossz–eloszlás két különböző indexpár (11 illetve 12) esetében.

4. kérdés: A (3.38)-as kifejezésben szereplő összegzésből nem derül ki, hogy mire is összegzünk.

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum \frac{(-1)^{np}}{8\pi k_F l_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')} e^{ik_F l_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - i3\pi/4}. \quad (3.38)$$

Válasz: Köszönöm a megjegyzést, valóban a képletből hiányzik, hogy a p lehetséges zárt pályákra összegzünk, azonban a képlet alatti szövegből ez kiderül.

5. kérdés: A (3.43)-as kifejtés egy mindenképpen biztató dolog, mert szemléletes képet nyújthat, hogy bevezetjük a többszörös szórást. Azonban a szerző adós maradt a sorfejtés jogosságának bemutatásával, azaz az ún. kis paraméter definiálásával.

$$\mathbf{S}_{ij}^{e-e}(k_F) = \frac{2r_{ij}^{11}(k_F)}{1 + |\mathcal{D}|^2 [\text{Im } G_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)]^2}, \quad (3.36)$$

$$\mathbf{S}_{nm}^{e-e}(k_F) = 2r_{nm}^{11}(k_F) \{1 - |\mathcal{D}|^2 [\text{Im } G_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)]^2 + |\mathcal{D}|^4 [\text{Im } G_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)]^4 - \dots\}. \quad (3.43)$$

A kifejtés, amíg a \dots -ot nem hagyjuk el, addig egzakt, egyszerűen egy geometriai sorösszeg. A kifejtés ezen a ponton kizárólag a szemléltetés kedvéért lett felírva, a számolások során nem használom ezt a kifejtést, hanem az eredeti (3.36)-os kifejezést veszem figyelembe. A kifejtés jogosságát az adja, hogy a többszörös szórás segítségével a csúcsok eredetéről számot tudunk adni.

6. kérdés: A 3.4. ábra jól mutatja, hogy fémes rendszerben nincsenek, hibrid rendszerben azonban vannak a pályahossz–eloszlásnak csúcsai negatív hosszoknál. Azt is láthatjuk, hogy a szemiklasszikus közelítés egészen jól „tükrözi” az egzakt eredményt. Van-e valamilyen szisztematikus analízis, ami a még így is fellelhető különbséget megadja?

Mi itt a fémes rendszerekben megismert módszereket követtük és adaptáltuk a hibrid rendszerre. Az fémes rendszerek pályahossz-eloszlásának vizsgálatánál sem tudunk ilyen szisztematikus analízisről. Egy ilyen szisztematikus analízisnek egyszerre kellene mérnie a csúcsok helyének és nagyságának eltérését is, amihez nem egyszerű egy megfelelő mérőszámot rendelni. A számolásunk során a szemiklasszikus közelítéssel az volt a célunk, hogy fizikai képet adjunk a negatív hosszoknál megjelenő csúcsok eredetére.

7. kérdés: A 41. oldalon olvashatjuk, hogy a vizsgált elrendezésben a cső hossza négyszer akkora, mint a szélessége. A szerző állítása szerint kisebb hosszoknál az eredményeket már megzavarhatják a zárt csatornák lecsengő módusai is. Jó volna tudni, hogy mekkora $L < 4W$ esetén látszódnak az említett zavaró módusok? Mit tapasztalnánk túlságosan rövid csövek esetén?

A számolás során szükségszerűen valamilyen véges bázist kell választanunk, amely bázison a szórásmátrix elemeit kiszámoljuk. A bázisba az összes nyitott és valamennyi zárt csatornát célszerű belevenni. A figyelembe vett zárt csatornák számának kiválasztásakor kompromisszumot kell kötni a futásidő és a szórásmátrix unitaritásának sérülése között. Az unitaritás fizikailag a töltésmegmaradás következménye, ezért a számolás során az unitaritás $1 - 2\%$ -nál nagyobb sérülését nem engedtünk meg. Az elrendezésünkben úgy vettük észre, hogy az unitaritás sérülése a cső hosszával fordított arányosságban állt, ezért nagyobb hosszúságú csöveket használtunk. Túlságosan rövid csövek esetén olyan sok zárt módust kellene figyelembe vennünk, hogy a probléma numerikusan kezelhetlenné válna. Ezenkívül a gapfüggvény lépcsőfüggvényként történő közelítése is elromolna.

8. kérdés: Mi a különbség az említett szerzőpáros és a Jelölt eredménye között? Mennyiben új a jelenlegi eredmény?

A mi eredményünk figyelembe veszi az Andrejev-reflexióból származó energiafüggő fázist is a Bohr-Sommerfeld közelítésben. Ezáltal nem csak az $\varepsilon \approx 0$ esetben érvényes, mint az említett szerzőpáros eredménye, hanem minden $\varepsilon < \Delta$ energián. Ezenkívül diagonális szórási mátrixú normál tartomány esetén egy fontos összefüggést is adunk a klasszikus visszatérési valószínűségek kiszámítására a rendszer kvantummechanikai jellemzőinek segítségével.

9. kérdés: A BS-kvantálásból származó eredmények láthatóan szinte tökéletesen egyeznek az egzakttal. (ld. 4.8. ábra) Mi ennek a kiváló egyezésnek a fizikai háttere?

Röviden azt is válaszolhatnám: „mi is szeretnénk tudni!”. Általában megfigyelhető, hogy az $\varepsilon < 0,2 \Delta$ tartományban az egyezés mindig nagyon jó, később azonban elromolhat. Ennek több oka is lehet, egyrészt előfordulhat, hogy a szekuláris egyenlet numerikus megoldásánál néhány gyököt nem találunk meg, amitől az „egzakt” eredmény elmarad a BS-közelítéstől. Az egyszerű esetekben (doboz-, korong-

billiárd) ez biztosan nem fordul elő. Egy másik ok lehet a tökéletlen Andrejev-reflexió. Ekkor az Andrejev-reflektált lyuk az elektronétól kicsit eltérő szögben pattan vissza, és nem egészen az elektron pályáján halad végig, amíg eléri újra a normál-szupravezető határfelületet. Ha az a hely, ahol eléri újra a határfelületet a λ_F Fermi-hullámhossznál nagyobb távolságra van az elektron kiindulási pontjától, akkor kérdéses, hogy a pálya zártnak tekinthető, és a BS kvantálás alkalmazható. Ez is okozhatja az eltérést. Ha viszont a geometria olyan, hogy ezeket a kissé eltérő szögekben kiinduló pályákat fókuszálja, akkor a pályák mégis zártak lehetnek. A doboz- és korongbilliárdban ez okozhatja a kiváló egyezést. Ennek a kérdésnek a pontosabb körüljárása egy bécsi kutatócsoporttal közösen jelenleg is folyik.

10. kérdés: Itt jegyzem meg, hogy a Függelékben az (A.2)-es képlet jobboldalán α nem szerepelhet.

Válasz: Köszönöm a megjegyzést. Az elírás egy „Cut&Paste” művelet következménye. Az említett képlet helyesen:

$$1 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} P(\alpha) d\alpha = Av\Delta T\rho \frac{2}{2\pi}. \quad (\text{A.2})$$

11. kérdés: A (4.10) ábrán azt látjuk, hogy a BS-közelítés az egzakt állapotszámot felülről közelíti. Arra gondolhatnánk, hogy egy közelítés mindig valamit figyelmen hagy, tehát inkább alulról kellene, hogy közelítsen. Mi lehet ennek a bizonyára látszólagos ellentmondásnak az oka?

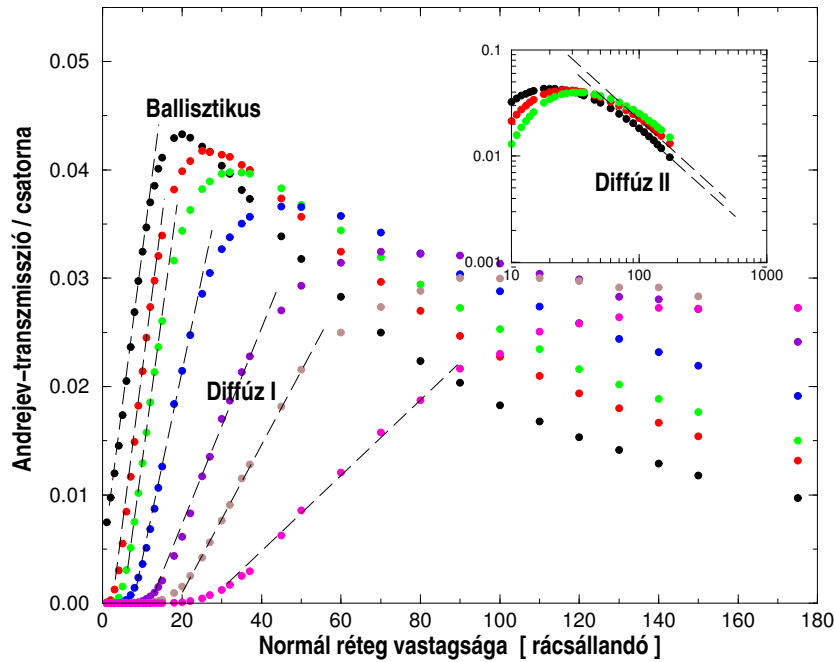
A 9. kérdésre adott válaszomban az eltérés okát már fejtegettem. Egy közelítésben elképzelhetőek negatív korrekciók is, amiknek az elhagyása felülről közelítést okozhat.

12. kérdés: Mindjárt a bevezető részben hiányoltam a Landauer-formalizmus kicsit bővebb tárgyalását, valamilyen sematikus ábrával, melyből néhány mennyiség pontosabb definíciója is kiderül.

Válasz: a kritika jogos. A dolgozat 5. fejezetének megírásakor csak a Landauer-formalizmus kiterjesztését tartottam szükségesnek bemutatni, amihez egy általános ábra valóban könnyebbé tette volna a szövegben elrejtett definíciók megértését. A Landauer-formalizmus egyszerűbb tárgyalása a dolgozat bevezetőjéből viszont végül kimaradt, mert a bevezetőt követő három fejezetből kettőhöz nem szükséges.

13. kérdés: Az (5.7) ábra nekem azt sejteti, hogy bizonyos tartományokban (pl. dif-fuzív) valamilyen univerzális kapcsolat kapható az Andrejev-transzmisszió és a rétegvastagság között. Létezik-e ilyen?

Igen, ez az univerzális kapcsolat az Ohm-törvény. Például a Diffúz I. jelű tartományban a rétegvastagság a drót keresztmetszetének, a csövek távolsága a drót hosszúságának felel meg. Mivel az Andrejev-transzmisszió a vezetőképességgel arányos, az ábrába behúzott egyenesek azt mutatják, hogy a keresztmetszet növelésével lineárisan nő a vezetőképesség. Az egyenesek meredeksége pedig — az Ohm-törvénnyel összhangban — a drót hosszúságának növelésével lineárisan csökken.



2. ábra. Az Andrejev-transzmisszió részletes vizsgálata normál csövek esetén. A csövek közti távolságok: $M = 0, 5, 10, 20, 30, 60, 100$ rendre.

+1. Megjegyzés: Bár kérdésként nem lett felvetve, de a társszerzőkkel kapcsolatos megjegyzésekre is szeretnék reagálni. A megjegyzés a 4. fejezetet és az ahhoz kapcsolódó publikációkat érinti. Az Andrejev-biliárdok energiaszintjeinek meghatározását doktorim első évének vége felé kezdtem el Cserti József vezetésével. Ezeket a formulákat – javarészt az ő elképzeléseit követve – párhuzamosan számoltuk ki, és programoztam be. Az általános formulák tesztelését a dobozbiliárd energiaszintjeinek többféle módon történő meghatározásával végeztem el. Ezután az élet Lancasterbe sodort, ahol az 5. fejezet témáján kezdtem dolgozni. Cserti József viszont más doktoranduszokkal (Bodor Andrással és Kormányos Andorral) folytatta a témát korong- és sarokbiliárdokkal. Az előbbi eredményeket témavezetőm Lancasteri látogatásai során közösen diszkutáltuk, az utóbbit csak nyomon követtem, emiatt a dolgozatban ez csak illusztrációként szerepel, annak szemléltetésére, hogy a módszer nem-diagonális szórási mátrixú normál tartományból készült Andrejev-biliárdokra is alkalmazható. A tézispontokban ez az

eredmény nem is szerepel. A közös publikációban is szereplő 4.12-es ábrát egyébiránt Kormányos Andor adatai alapján én készítettem el. A Kormányos Andoréhoz hasonló bevezető fejezetek sem a véletlen műve: Andor felhasználta az általam már megírt fejezetek anyagát, és hasznos észrevételeivel javított rajtuk.

Hivatkozások

- [1] W. L. McMillan, Phys. Rev. **175**, 559 (1968); G. Kieselmann, Phys. Rev. B **35**, 6762 (1987); H. Plehn, O.-J. Wacker and R. Kümmel, Phys. Rev. B **49**, 12140 (1994).
- [2] G. Vattay, J. Cserti, G. Palla and G. Szálka, Chaos, Solitons & Fractals **8**, 1031 (1997).